

Anna-Carina Kurth

## Steuerung und Regelung eines intraspezifisch konkurrierenden Populationssystems

Band 67

**Berichte aus dem  
Institut für Systemdynamik  
Universität Stuttgart**



# Steuerung und Regelung eines intraspezifisch konkurrierenden Populationssystems

Von der Fakultät  
Konstruktions-, Produktions- und Fahrzeugtechnik  
der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

Anna-Carina Kurth

geboren in Düsseldorf

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Oliver Sawodny  
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Meurer  
Tag der mündlichen Prüfung: 09.08.2022

Institut für Systemdynamik der Universität Stuttgart

2022



Berichte aus dem  
Institut für Systemdynamik  
Universität Stuttgart

Band 67

**Anna-Carina Kurth**

**Steuerung und Regelung eines intraspezifisch  
konkurrierenden Populationssystems**

D 93 (Diss. Universität Stuttgart)

Shaker Verlag  
Düren 2022

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 2022

Copyright Shaker Verlag 2022

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-8859-5

ISSN 1863-9046

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • E-Mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit ist während meiner wissenschaftlichen Tätigkeit am Institut für Systemdynamik (ISYS) der Universität Stuttgart im Zeitraum von Juni 2019 bis Mai 2022 entstanden. Die Untersuchungen wurden im Projekt „Steuerung von Populationssystemen auf der Basis von Ein-Ausgangs-Modellen“ durchgeführt und von der Deutschen Forschungsgemeinschaft finanziell unterstützt.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Oliver Sawodny für die Betreuung und das entgegengebrachte Vertrauen. Durch seinen Einsatz schafft er nicht nur den Rahmen für diverse Forschungstätigkeiten, sondern sorgt auch für ein angenehmes Klima unter den Kollegen am Institut. Weiterhin danke ich Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Meurer von der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel für das Interesse an der Arbeit, den freundlichen Austausch und die Übernahme des Mitberichts. Außerdem möchte ich Prof. Dr.-Ing. Michael Bargende von der Universität Stuttgart für den Vorsitz der Prüfungskommission danken.

Großer Dank gebührt Gerlind Preisenhammer und Corina Hommel, die mir bei Fragen jeglicher Art jederzeit mit Rat und Tat zur Seite standen und den Rücken für die wissenschaftliche Tätigkeit freihielten. Des Weiteren bedanke ich mich bei allen technischen Mitarbeitern für die bereitwillige und kontinuierliche Unterstützung. Besonders dankbar bin ich für die Unterstützung von Marion Fleischer, die mich in vielen Stunden am Bioreaktor erfolgreich an die Biologie herangeführt hat. Außerdem möchte ich mich bei Dr.-Ing. Eckhard Arnold für das entgegengebrachte Interesse, die Bereitschaft für ausführliche fachliche Diskussionen und die wertvollen Kommentare beim Korrekturlesen bedanken. Ich bin überaus dankbar am Institut nicht nur tolle Kolleginnen und Kollegen, sondern auch gute Freunde gefunden zu haben. Jeder Einzelne würde es aus verschiedenen Gründen verdienen hier namentlich genannt zu werden, was aber leider den Rahmen sprengen würde. Ein großer Dank gilt insbesondere meinen Bürokollegen Dr.-Ing. Michael Laukenmann und Dr.-Ing. Kevin Schmidt sowie unserem quasi Bürokollegen Daniel Müller. Ihr habt durch fachliche Diskussionen, vielfaches Korrekturlesen und allerlei Spiel und Spaß maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit und meinem seelischen Wohl in den herausfordernden letzten Jahren beigetragen. Ganz besonders möchte ich mich noch bei den bisher noch nicht genannten Korrekturlesenden für ihren Einsatz und ihre Kommentare bedanken, darunter Spasena Dakova, Carina Veil und Peter Somers.

Zuletzt gilt mein ausdrücklicher Dank meiner Familie und meinen Freunden für ihren beständigen Rückhalt, besonders Kim dafür, dass sie mir immer wieder gezeigt hat, dass es auch eine Welt außerhalb der Ingenieurwissenschaften gibt. Insbesondere meinem Partner Maximilian bin ich von ganzem Herzen dankbar für seine Geduld, sein Verständnis und seinen unerschütterlichen Glauben an mich.

Stuttgart, im Oktober 2022

Anna-Carina Kurth



# Kurzfassung

Intraspezifisch konkurrierende Populationssysteme finden sich in vielen Anwendungsfeldern wieder, so beispielsweise in Bioreaktoren. Dabei ist die Biomasse selbst oder eine von ihren Organismen produzierte Chemikalie, beispielsweise Insulin, das gewünschte Endprodukt. Eine Möglichkeit zur Steigerung der Ausbeute im Produktionsprozess ist die modellbasierte Steuerung und Regelung des Populationssystems, welches das Produkt generiert. Das Ziel dieser Arbeit ist die Herleitung von Ein-Ausgangs-Modellen zur Entwicklung von Methoden für die Steuerung und Regelung dieses Populationsmodells. Hierbei liegt der Fokus auf analytischen, modellbasierten Ansätzen.

Die Modellierung eines Populationssystems mit dem Alter als Struktur, die die Eigenschaften einzelner Organismen der Population unterscheidet, und unter Berücksichtigung von intraspezifischer Konkurrenz führt zu einer semilinearen, hyperbolischen, partiellen Integro-Differentialgleichung. Die Randbedingung ist hierbei eine integrale Größe und der verteilte Stelleingriff beschränkt.

Zunächst werden mittels einer Systemanalyse die Steuerbarkeit, sowie die stationären und spektralen Eigenschaften des Populationssystems bestimmt. Diese determinieren die Regelziele und die angestrebte Regelstruktur. Zusätzlich ermöglicht die spektrale Analyse die Herleitung eines effizienten Simulationsmodells mit hoher Genauigkeit mittels des Galerkin-Verfahrens. Für den darauffolgenden Steuerungs- und Regelentwurf werden zwei unterschiedliche Ansätze verfolgt.

Der erste Ansatz betrachtet das System lokal in der Nähe von stationären Lösungen. Die geschlossene Darstellung der analytischen Lösung des Systems ermöglicht einen inversionsbasierten Steuerungsentwurf. In Kombination mit einer Trajektoriengenerierung in Form eines Modellregelkreises zeigt sich in Simulationen, dass dieses Entwurfsverfahren das Populationssystem lokal mit geringen Regelfehlern steuern kann.

Der zweite Ansatz fokussiert sich auf eine globale Entwurfsstrategie. Hierbei ist es möglich, eine endlich-dimensionale Ein-Ausgangs-Dynamik aus dem semilinearen Populationssystem zu extrahieren, die einen Steuer- und Regelungsentwurf ermöglicht. Da die verbleibende unendlich-dimensionale Dynamik stabil ist, jedoch einen Einfluss auf den Ausgang hat, führt eine Inversion der Ein-Ausgangs-Dynamik zu einer Steuerung, die für die Realisierung Kenntnis über den Zustand der internen Dynamik benötigt. Der Zustand der internen Dynamik kann jedoch weder gemessen noch beobachtet werden, sodass die Steuerung approximiert wird. Eine Ergänzung der approximierten Steuerung um eine Rückführung und eine modellbasierte Störgrößenkompensation komplementiert das Regelgesetz. Über Lyapunovs direkte Methode wird die globale exponentielle Attraktivität von Referenztrajektorien in einer bestimmten Referenzmenge bewiesen.

Eine Trajektoriengenerierung stellt sicher, dass die Trajektorien dahingehend angepasst werden, dass sie innerhalb dieser Referenzenmenge liegen. Diese wird durch eine analytisch gelöste Optimalsteuerung realisiert. Eine Implementierung und experimentelle Validierung an einem Bioreaktor mit der Kombination aus Trajektoriengenerierung, inversionsbasierte Vorsteuerung, Rückführung und modellbasierter Störgrößenkompensation bestätigt die theoretischen Erkenntnisse.

# Abstract

Intraspecific competitive population systems are found in many fields of application, such as bioreactors. The biomass in these produces organisms or chemicals, such as insulin. One way to increase yield is through model-based feedforward and feedback control of the population system that generates the product.

This work strives to do exactly this through the derivation of input-output models used to develop methods for the feedforward and feedback control of a population. The focus here is lying on analytical, model-based approaches.

Modeling a population system with age as the structure that describes the characteristics of individual organisms in the population, and accounting for intraspecific competition, leads to a semilinear, hyperbolic, partial integro-differential equation. Here, the boundary condition is an integral quantity and the distributed input is constrained.

First, a system analysis is performed to determine the controllability, as well as the steady-state and spectral properties of the population system. These determine the control objectives and the targeted control structure. In addition, the spectral analysis enables the derivation of an efficient and accurate simulation model using the Galerkin method. Two different approaches are then utilized for the subsequent control design.

The first approach considers the system locally near steady-state solutions. The closed-form representation of the analytical solution of the system enables an inversion-based feedforward control design. Combined with trajectory generation in the form of a model control loop, simulations show that this design procedure can control the population system locally with small control errors.

The second approach focuses on a global design strategy. Here, it is possible to extract finite-dimensional input-output dynamics from the semilinear population system that enables control design. Since the remaining infinite-dimensional dynamics are stable, but have an effect on the output, an inversion of the input-output dynamics results in a feedforward control that needs knowledge of the state of the internal dynamics. The state of the internal dynamics can neither be measured nor observed, such that the feedforward control must be approximated. Adding feedback control and model-based disturbance compensation to the approximated feedforward control complements the control law. Via Lyapunov's direct method, the global exponential attractiveness of reference trajectories in a certain reference set is proved.

A trajectory generation ensures that the trajectories are adjusted to lie within this reference set. This is realized by an analytically solved optimal control. Implementation and experimental validation of the combination of trajectory generation, inversion-based feedforward control, feedback control, and model-based disturbance compensation using a real bioreactor confirms the theoretical findings.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Stand der Technik . . . . .	2
1.1.1	Populationsmodelle . . . . .	2
1.1.2	Regelung von Populationen in Bioreaktoren . . . . .	4
1.1.3	Systemanalyse altersstrukturierter Populationsmodelle . . . . .	6
1.1.4	Steuerung und Regelung . . . . .	8
1.2	Aufbau, Struktur und Ziele der Arbeit . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Modellierung und Systemanalyse von Populationssystemen</b>	<b>13</b>
2.1	Modellierung altersstrukturierter Populationssysteme . . . . .	14
2.2	Bioreaktoren . . . . .	18
2.2.1	Experimenteller Aufbau und Prozessführung des Bioreaktors . . . . .	18
2.2.2	Vorbereitung einer Fermentation . . . . .	20
2.2.3	Messprinzip der Biomasse . . . . .	21
2.2.4	Regelungsziele für Populationsdynamiken in Bioreaktoren . . . . .	23
2.2.5	Struktur des Regelungskonzepts . . . . .	24
2.3	Populationsdynamik im Kontext von Bioreaktoren . . . . .	25
2.4	Systemanalyse . . . . .	28
2.4.1	Stabilisierbarkeit . . . . .	28
2.4.2	Stationäre Analyse . . . . .	31
2.4.3	Spektrale Analyse . . . . .	37
2.5	Numerische Methoden für die Simulation . . . . .	40
2.5.1	Finite-Differenzen-Verfahren . . . . .	40
2.5.2	Galerkin-Verfahren . . . . .	44
2.6	Kurzzusammenfassung . . . . .	50
<b>3</b>	<b>Modellbasierter Steuerungsentwurf für lineare Populationsmodelle</b>	<b>53</b>
3.1	Herleitung eines linearen Populationsmodells . . . . .	53
3.2	Lösung des linearen Populationsmodells . . . . .	56
3.3	Inversionsbasierte Steuerung . . . . .	61
3.3.1	Entwurf der inversionsbasierten Steuerung . . . . .	61
3.3.2	Simulative Validierung . . . . .	62
3.4	Trajektorien-generierung mit Modellregelkreis (MRK) . . . . .	68
3.5	Kurzzusammenfassung . . . . .	73

<b>4</b>	<b>Steuerung und Regelung von nichtlinearen Populationsmodellen</b>	<b>75</b>
4.1	Optimaler Steuerungsentwurf . . . . .	76
4.1.1	Entwurf der optimalen Steuerung . . . . .	76
4.1.2	Simulative Validierung . . . . .	80
4.2	Herleitung und Analyse des Ein-Ausgangs-Modells . . . . .	86
4.3	Inversionsbasierter Steuerungsentwurf . . . . .	98
4.3.1	Stabilität der internen Dynamik . . . . .	99
4.3.2	Herleitung der inversionsbasierten Vorsteuerung . . . . .	103
4.3.3	Simulative Validierung . . . . .	104
4.4	Nichtlineare Ausgangsregelung mit Eingangsbeschränkungen . . . . .	106
4.4.1	Entwurf der Rückführung . . . . .	106
4.4.2	Simulative Validierung . . . . .	116
4.5	Entwurf einer modellbasierten Störgrößenkompensation . . . . .	121
4.5.1	Analyse der Beobachterfehlerdynamik . . . . .	122
4.5.2	Analyse der Stabilität des geschlossenen Regelkreises . . . . .	125
4.5.3	Simulative Validierung . . . . .	131
4.6	Trajektorien-generierung als Optimalsteuerungsproblem . . . . .	146
4.6.1	Keine Zustandsbeschränkung ist aktiv . . . . .	151
4.6.2	Zustandsbeschränkung $\Gamma_1[\chi]$ oder $\Gamma_2[\chi]$ ist aktiv . . . . .	152
4.6.3	Zustandsbeschränkung $\Gamma_3[\chi]$ oder $\Gamma_4[\chi]$ ist aktiv . . . . .	153
4.6.4	Transversalitätsbedingung . . . . .	155
4.6.5	Lösungskandidaten . . . . .	156
4.6.6	Simulative Validierung . . . . .	158
4.7	Experimentelle Validierung . . . . .	159
4.7.1	Keine intraspezifische Konkurrenz . . . . .	159
4.7.2	Berücksichtigung von intraspezifischer Konkurrenz . . . . .	163
4.8	Kurzzusammenfassung . . . . .	165
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>167</b>
<b>A</b>	<b>Experimentelle Realisierung der Verdünnungsrate</b>	<b>173</b>
<b>B</b>	<b>Sollwerte für die Prozessführung</b>	<b>177</b>
<b>C</b>	<b>Analyse der internen Dynamik</b>	<b>179</b>
<b>D</b>	<b>Abschätzung der Dini-Ableitung der Funktionale <math>W</math> und <math>V</math></b>	<b>191</b>
<b>E</b>	<b>Experimentelle Ergebnisse für verschiedene Arbeitspunktwechsel</b>	<b>193</b>
	<b>Abkürzungen</b>	<b>199</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>201</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>211</b>

<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>215</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>217</b>