

Erlanger Berichte aus Informations- und Kommunikationstechnik

Band 31

**Stefan Ländner**

**Improving the Error-Floor Behavior  
of Low-Density Parity-Check Codes**

D 29 (Diss. Universität Erlangen-Nürnberg)

Shaker Verlag  
Aachen 2011

**Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek**

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Zugl.: Erlangen-Nürnberg, Univ., Diss., 2010

Copyright Shaker Verlag 2011

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-0425-0

ISSN 1619-8506

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • e-mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Improving the Error-Floor Behavior of Low-Density Parity-Check Codes

Stefan Ländner

ISBN 978-3-8440-0425-0

Modern communication systems achieve the best performance using digital techniques that allow the trade-off between power and bandwidth efficiency by using channel coding for protecting transmitted data against errors introduced by the communication channel. Low-density parity-check (LDPC) codes have, besides turbo and polar codes, become a most prominent class of channel codes in modern coding theory, due to their performance close to channel capacity despite using low-complexity belief-propagation decoders.

The performance of iterative belief-propagation decoders for additive white Gaussian noise channels at high signal-to-noise ratios, however, exhibits a degradation in its slope and does not under-run a certain error rate curve, called “error floor”. The error events causing this change of slope are triggered by substructures in the code’s parity-check matrix, termed “trapping sets”. These sets lock the decoder in irreversible failure states when unfavorable channel noise realizations are present.

We study the error-floor behavior of LDPC codes under belief-propagation decoding for the Gaussian channel and classify trapping set errors. Structured LDPC codes are investigated whose number and size of small elementary trapping sets can be enumerated. Improved decoding strategies for lowering the error floor are developed based on algorithmic improvements involving damping and averaging strategies, as well as modifications of the parity-check matrix appending redundant rows. Furthermore, we derive bounds on the required redundancy of the decoding graph in order to avoid all trapping sets of given size.

# Improving the Error-Floor Behavior of Low-Density Parity-Check Codes

## Verbesserung der iterativen Decodierung von Low-Density Parity-Check Codes bei hohem Störabstand

Moderne Kommunikationssysteme verwenden digitale Übertragungstechniken, die den Austausch von Leistungs- und Bandbreiteneffizienz erlauben, indem Kanalkodierung zum Schutz der übertragenen Daten gegen Fehler des Übertragungskanals verwendet wird.

Low-Density Parity-Check (LDPC) Codes sind neben Turbo Codes die wohl bekannteste Familie moderner Kanalcodes und ermöglichen eine Datenübertragung nahe der Kanalkapazität mittels Decodieralgorithmen, die üblicherweise wegen des iterativen Austauschs von Verlässlichkeitsinformation als “Belief-Propagation” Decoder bezeichnet werden.

Die Fehlerratenkurven von iterativen Decodern für den Additiven Weißen Gaußschen Störkanal (AWGN-Kanal) weisen für ein hohes Signal-zu-Störleistungsverhältnis ein ausflachendes Verhalten auf, bekannt als “Error Floor”. Dessen Hauptursache sind typische Strukturen in der Paritätsprüfmatrix des Codes, sogenannte “Trapping Sets”, die bei ungünstigen Kanalfehlerkonstellationen zu irreversiblen Fehlerzuständen des Decoders führen.

In dieser Arbeit wird das Fehlerverhalten von LDPC Codes für die iterative Decodierung nach Übertragung über den additiven weißen Gaußschen Störkanal im Bereich ausflachender Fehlerratenkurven untersucht und verbesserte Dekodierverfahren für hohen Störabstand entwickelt. Die Identifizierung und Klassifikation von Trapping Sets wird genutzt, um strukturierte LDPC Codes ohne die schädlichsten Trapping Sets zu ermitteln.

Die Decoderverbesserungen beruhen auf Veränderungen des Decodieralgorithmus durch Dämpfung und Mittelung von Verlässlichkeitsinformationen des Decoders, genannt “Averaged Decoding”, oder Veränderungen der Paritätsprüfmatrix des Codes durch Hinzufügen redundanter Zeilen.

Desweiteren werden theoretische Schranken zur notwendigen Redundanz in der Paritätsprüfmatrix berechnet, mit der alle Trapping Sets einer vorgegebenen Größe vermieden werden können.

# Improving the Error-Floor Behavior of Low-Density Parity-Check Codes

## Verbesserung der iterativen Decodierung von Low-Density Parity-Check Codes bei hohem Störabstand

Stefan Ländner

ISBN 978-3-8440-0425-0

Moderne Kommunikationssysteme verwenden digitale Übertragungstechniken, die den Austausch von Leistungs- und Bandbreiteneffizienz erlauben, indem Kanalkodierung zum Schutz der übertragenen Daten gegen Fehler des Übertragungskanals verwendet wird.

Low-Density Parity-Check (LDPC) Codes sind neben Turbo Codes die wohl bekannteste Familie moderner Kanalcodes und ermöglichen eine Datenübertragung nahe der Kanalkapazität mittels Decodieralgorithmen, die üblicherweise wegen des iterativen Austauschs von Verlässlichkeitsinformation als “Belief-Propagation” Decoder bezeichnet werden.

Die Fehlerratenkurven von iterativen Decodern für den Additiven Weißen Gaußschen Störkanal (AWGN-Kanal) weisen für ein hohes Signal-zu-Störleistungsverhältnis ein ausflachendes Verhalten auf, bekannt als “Error Floor”. Dessen Hauptursache sind typische Strukturen in der Paritätsprüfmatrix des Codes, sogenannte “Trapping Sets”, die bei ungünstigen Kanalfehlerkonstellationen zu irreversiblen Fehlerzuständen des Decoders führen.

In dieser Arbeit wird das Fehlerverhalten von LDPC Codes für die iterative Decodierung nach Übertragung über den additiven weißen Gaußschen Störkanal im Bereich ausflachender Fehlerratenkurven untersucht und verbesserte Dekodierverfahren für hohen Störabstand entwickelt. Die Identifizierung und Klassifikation von Trapping Sets wird genutzt, um strukturierte LDPC Codes ohne die schädlichsten Trapping Sets zu ermitteln.

Die Decoderverbesserungen beruhen auf Veränderungen des Decodieral-

gorithmus durch Dämpfung und Mittelung von Verlässlichkeitsinformationen des Decoders, genannt “Averaged Decoding”, oder Veränderungen der Paritätsprüfmatrix des Codes durch Hinzufügen redundanter Zeilen.

Desweiteren werden theoretische Schranken zur notwendigen Redundanz in der Paritätsprüfmatrix berechnet, mit der alle Trapping Sets einer vorgegebenen Größe vermieden werden können.