



Computational Modeling and Remodeling of Human Eye Tissues as Biomechanical Structures at Multiple Scales

Von der Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften
der Ruhr-Universität Bochum zur Erlangung des
Grades Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.) genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Rafael Grytz

Bochum, im August 2008

Tag der Einreichung: 12. August 2008
Tag der mündlichen Prüfung: 5. Dezember 2008

Hauptreferent: Prof. Dr. techn. Günther Meschke
Lehrstuhl für Statik und Dynamik
Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften
Ruhr-Universität Bochum

Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. Stefanie Reese
Institut für Festkörpermechanik
Fakultät für Maschinenbau
Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

Prof. Dr. med. Jost B. Jonas
Institut für Ophthalmologie
Fakultät für klinische Medizin Mannheim
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Schriftenreihe des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau

Herausgeber:
Geschäftsführender Direktor des
Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau
Ruhr-Universität Bochum

Heft 2009-1

Rafael Grytz

**Computational Modeling and Remodeling
of Human Eye Tissues as Biomechanical Structures
at Multiple Scales**

Shaker Verlag
Aachen 2009

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Zugl.: Bochum, Univ., Diss., 2008

Copyright Shaker Verlag 2009

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8322-7958-5

ISSN 1614-4384

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

Für meine Eltern.

Summary

This thesis is concerned with the biomechanical modeling of human eye tissues within a multi-scale framework considering the micro-, meso-, and macro-structure in the context of constitutive formulation, computational modeling and remodeling. Consideration of the heterogeneous tissue substructures opens promising perspectives for more realistic biomechanical modeling and computational simulations of the human eye in physiological and pathophysiological conditions. The biomechanical properties of eye tissues are derived from the single crimped fibril at the micro-scale via the collagen network of distributed fibrils at the meso-scale to the incompressible and anisotropic soft tissue at the macro-scale. Tissue adaptation and the mechanical condition within biological tissues are complex and mutually dependent phenomena. In this work, a computational model is presented to investigate the interaction between collagen fibril architecture and mechanical loading conditions in eye tissues. Biomechanically induced remodeling of the collagen network is considered at the meso-scale by allowing for a continuous re-orientation of collagen fibrils. To gain further insight into the complex multi-scale phenomena related to glaucomatous optic neuropathy biomechanical computations of the lamina cribrosa at the meso- and macro-level are performed. For multi-scale analyses of human eye shells the computational homogenization scheme is generalized to a consistent formulation of meso-macro transitions in curvilinear coordinates.

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der konstitutiven Formulierung, der numerischen Modellierung und dem so genannten *remodeling* (eine Anpassung der biologischen Gewebestrukturen an die mechanische Beanspruchung) im menschlichen Auge unter Berücksichtigung der Mikro- und Mesostruktur. Die Entwicklung von realistischen biomechanischen Modellen und computerbasierten Simulationen des menschlichen Auges in physiologischen und pathophysiologischen Zuständen erfordert die wirklichkeitsnahe Beschreibung der heterogenen Gewebestruktur. In dieser Arbeit erfolgt die mehrskalige Modellbildung von biomechanischen Eigenschaften der untersuchten Augengewebe ausgehend von den Eigenschaften einer einzelnen kollagenen Fibrille auf der Mikroskala über das kollagene Netzwerk aus organisierten Fibrillen auf der Mesoskala bis zu dem inkompressiblen und anisotropen Weichgewebe auf der Makroskala. Die Anpassung und die mechanische Beanspruchung der biologischen Gewebestrukturen stellen komplexe und gegenseitig abhängige biomechanische Phänomene dar. In dieser Arbeit wird ein numerisches Modell entwickelt, das die Simulation der gegenseitigen Abhängigkeit zwischen der Architektur der kollagenen Fibrillen im Gewebe und der mechanischen Beanspruchung des Auges (*remodeling*) ermöglicht. Die biomechanische Umformung des kollagenen Geflechts der Mesostruktur wird durch einen kontinuierlichen Re-Orientierungsprozess der kollagenen Fibrillen beschrieben. Die komplexen und auf unterschiedlichen Längenskalen ablaufenden Mechanismen, die das Krankheitsbild Glaukom charakterisieren, werden mit Hilfe einer numerischen Mehrskalenanalyse der biomechanischen Strukturen in der Lamina cribrosa untersucht. Hierzu wird die numerische Homogenisierungsmethode auf eine konsistente Formulierung des Skalenübergangs zwischen der Meso- und Makroebene in krummlinigen Koordinaten erweitert.

Contents

Summary	ii
Contents	v
1 General Introduction	1
2 Constitutive Modeling	7
2.1 Introduction	7
2.2 Crimped Collagen Fibrils—Micro-Level	12
2.2.1 Mathematical Model	13
2.2.2 Constitutive Formulation	19
2.2.3 Numerical Examples	23
2.3 Collagen Fibril Networks—Meso-Level	27
2.3.1 Continuum Framework of Distributed Fibril Orientations	27
2.4 Incompressible Tissues—Macro-Level	32
2.4.1 Preliminaries on Nonlinear Continuum Mechanics	32
2.4.2 Incompressible Continua at Large Strains	33
2.4.3 Slightly Compressible Continua at Large Strains	38
2.5 Finite-Element Implementation	41
2.5.1 Shell Kinematics	42
2.5.2 Finite-Element Formulation	45
2.5.3 Numerical Examples	49
2.6 The Human Eye Model	56
2.6.1 Geometry	56
2.6.2 Identification of Model Parameters	58
2.7 Discussion	61
3 Computational Remodeling	67
3.1 Introduction	67
3.2 Theory and the Mathematical Model	69

3.3	Numerical Examples	72
3.3.1	Remodeling of the Corneo-Scleral Shell	73
3.3.2	Remodeling of the Lamina Cribrosa and the Peripapillary Sclera	76
3.4	Discussion	81
4	Computational Modeling at Multiple Scales	89
4.1	Introduction	90
4.2	Consistent Meso-Macro Transitions	93
4.2.1	Kinematics of the Meso- and Macro-Continuum	93
4.2.2	Scale-Up and Scale-Down Operations	97
4.2.3	Physical Reference Directions	98
4.2.4	Boundary Value Problem of the Meso-Structure	99
4.3	Work Conjugated Variables	102
4.4	High-Performance Computing	106
4.5	Representative Numerical Example	109
4.6	The Lamina Cribrosa Model at the Meso-Level	113
4.6.1	Geometry	114
4.6.2	Identification of Model Parameters	115
4.7	Computational Two-Scale Analysis of the Human Eye	118
4.8	Discussion	128
5	General Discussion	133
	Bibliography	141
A	Fourth-Order Tensors	161
B	Kinematic Relations of the Shell Continuum	165
	List of Figures	169
	List of Movies	176
	List of Tables	177
	List of Boxes	178
	Curriculum Vitae	179