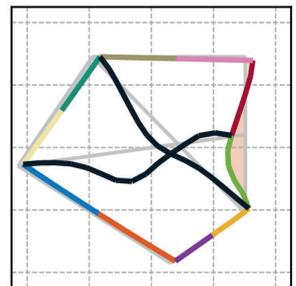
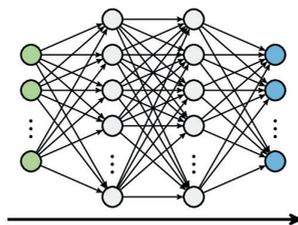
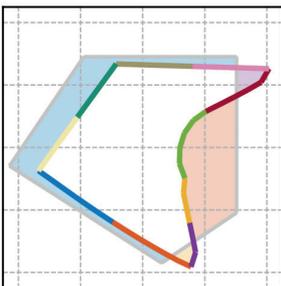
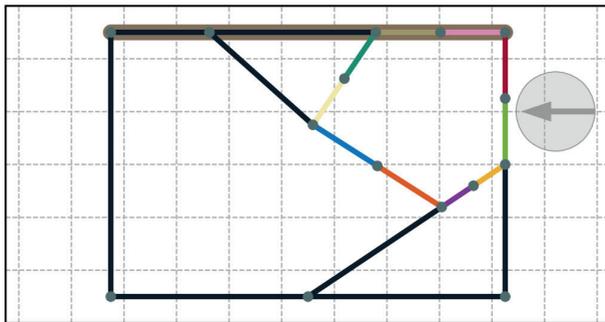


Unterstützung der Graphen- und Heuristikbasierten Topologieoptimierung crashbelasteter Strukturen durch Reinforcement Learning

Bergische Universität Wuppertal
Lehrstuhl für Optimierung mechanischer Strukturen

Jens Trilling





BERGISCHE
UNIVERSITÄT
WUPPERTAL

Unterstützung der Graphen- und Heuristikbasierten Topologieoptimierung crashbelasteter Strukturen durch Reinforcement Learning

Dissertation
zur Erlangung eines Doktorgrades

in der
Fakultät für Maschinenbau und Sicherheitstechnik
der
Bergischen Universität Wuppertal

vorgelegt von
Jens Trilling
aus Wuppertal

Wuppertal 2024

Tag der mündlichen Prüfung: 08.05.2024

Berichte aus dem Maschinenbau

Jens Trilling

**Unterstützung der Graphen- und Heuristikbasierten
Topologieoptimierung crashbelasteter Strukturen
durch Reinforcement Learning**

Shaker Verlag
Düren 2024

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Wuppertal, Univ., Diss., 2024

Copyright Shaker Verlag 2024

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-9554-8

ISSN 0945-0874

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Jens Trilling

Unterstützung der Graphen- und Heuristikbasierten Topologieoptimierung crashbelasteter Strukturen durch Reinforcement Learning

Dissertation, Bergische Universität Wuppertal,

Fakultät für Maschinenbau und Sicherheitstechnik,

Lehrstuhl für Optimierung mechanischer Strukturen, Juni 2024

Kurzfassung

Die Auslegung crashrelevanter Strukturkomponenten ist eine zentrale Aufgabe in der Entwicklung von Fahrzeugen. Automatisierte Verfahren zur Optimierung solcher Strukturen sind rar. Rein mathematische Optimierungsmethoden scheitern an der Komplexität der Bestimmung von Ableitungen der relevanten Zielfunktionen und Restriktionen in Abhängigkeit von den Entwurfsvariablen. Aus diesem Grund wurde die *Graphen- und Heuristikbasierte Topologieoptimierung* (GHT) entwickelt, die den Optimierungsprozess mit aus Expertenwissen abgeleiteten Regeln, den Heuristiken, steuert. Innerhalb der GHT wird der Querschnitt von Extrusionsprofilen durch mathematische Graphen beschrieben, welche eine leichte Modifikation der Form und Topologie der Struktur durch die Heuristiken ermöglichen.

In dieser Dissertation wird eine neue Heuristik vorgestellt, welche ergänzend und konkurrierend zu den bestehenden Expertenregeln antritt. Durch Methoden des *Reinforcement Learnings* (RL) lernt das der Heuristik zugrundeliegende *Machine Learning*-Modell (ML-Modell), der Agent, selbstständig eine Strategie an, um die zu optimierende Struktur durch Topologieänderungen zu versteifen. Dazu wird eine zellenbasierte RL-Umgebung vorgestellt, welche eine konsistente Beschreibung von lokalen Bereichen in den Strukturgraphen ermöglicht. Die Zelle definiert den Bereich, in dem die Heuristik Topologiemodifikationen vornehmen kann. Durch ein neu entwickeltes Formabweichungsmaß wird die Steifigkeit einer Zelle rein geometrisch beschrieben. Das Training der Agenten basiert auf einem dreistufigen Prozess, bei dem in den ersten beiden Stufen systematisch nach geeigneten Trainingsparametern gesucht wird. In der dritten Stufe soll die Strategie des Agenten durch Transferlernen weiter generalisiert werden. Neben der versteifenden Heuristik wird diskutiert, wie und ob auf Basis des vorgestellten Ansatzes eine weitere RL-Heuristik entwickelt werden kann, welche die Strukturen nachgiebiger macht.

Die strukturversteifende Heuristik wird in verschiedenen praktischen GHT-Optimierungen auf ihre Performance und den Mehrwert für die GHT hin untersucht. Analysiert wird ein Rahmenmodell, ein Biegeträger und ein Schwellerausschnitt in unterschiedlichen Crashlastfällen. In vielen Optimierungen hat sich gezeigt, dass die RL-Heuristik erfolgreich eingesetzt werden kann und den Optimierungsprozess zu einer besseren Struktur gegenüber einer Vergleichsoptimierung ohne RL-Heuristik führt.

Stichworte: Strukturoptimierung, Topologieoptimierung, Craschoptimierung, Künstliche Intelligenz, Reinforcement Learning

Jens Trilling

Support for the Graph- and Heuristic based Topology optimization of crash-loaded structures through Reinforcement Learning

PhD thesis, University of Wuppertal,
School of Mechanical Engineering and Safety Engineering,
Chair for Optimization of Mechanical Structures, June 2024

Abstract

The development of vehicles relies greatly on the design of crash-relevant structural components. However, the optimization of such structures through automated methods is difficult. Purely mathematical optimization methods fail due to the complexity of determining the derivatives of the relevant objective functions and constraints as a function of the design variables. Therefore, the *Graph and Heuristic based Topology optimization* (GHT) was developed, which guides the optimization process with rules derived from expert knowledge, known as heuristics. The cross-section of extrusion profiles is described by mathematical graphs within the GHT, allowing the shape and topology of the structure to be easily modified by heuristics.

In this dissertation, a novel heuristic is presented that both complements and challenges established expert rules. Using *Reinforcement Learning* (RL) techniques, the *Machine Learning* (ML) model underlying the heuristic, called the agent, autonomously learns a strategy to stiffen the structure to be optimized through topological modifications. To ensure a consistent description of local domains within the structure graphs, a cell-based RL environment is introduced. The cell delineates the region within which the heuristic can apply topological modifications. A newly developed shape deviation measure describes the stiffness of a cell geometrically. The agents are trained via a three-stage process, wherein the initial two stages entail a methodical search for appropriate training parameters. Subsequently, in the third stage, the agent's strategy is further generalized through transfer learning. Beside the stiffening heuristic, the possibility of developing another RL heuristic based on the presented approach, which makes the structures more compliant, is discussed.

The structure stiffening heuristic is investigated in various practical GHT optimizations for its performance and added value to the GHT. Analyses are carried out on a frame model, a bending beam and a rocker cutout in various crash load cases. In many optimizations it is shown that the RL heuristic can be successfully applied and leads the optimization process to a better structure compared to a benchmark optimization without the RL heuristic.

Keywords: Structural Optimization, Topology Optimization, Crash Optimization, Artificial Intelligence, Reinforcement Learning

Danksagung

Die vorliegende Dissertation ist im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl *Optimierung mechanischer Strukturen* der *Bergischen Universität Wuppertal* entstanden. Hier möchte ich mich bei allen Personen bedanken, welche einen wertvollen Beitrag zur erfolgreichen Vollendung der Dissertation geleistet haben.

Zunächst möchte ich mich bei meinen Eltern *Gabriele & Ulrich Trilling* bedanken, welche mich stets in meinen Zielen tatkräftig unterstützt haben und mir den Weg dorthin geebnet haben.

Ebenso möchte ich mich bei meinem geschätzten Freund *Yannis Rohloff* bedanken, welcher stets ein offenes Ohr hatte und als Informatiker fundierte Ideen zur Verbesserung meiner Forschungsergebnisse beisteuern konnte.

Weiteren Dank möchte ich *Georgios Ioannou* widmen, welcher als studentische und wissenschaftliche Hilfskraft mit großem Interesse am Themengebiet der künstlichen Intelligenz wertvolle Beiträge und Diskussionen ermöglicht hat, die mich in meiner Arbeit weitergebracht haben. Durch seine von mir betreuten Arbeiten konnte ich den inhaltlichen Fokus dieser Dissertation weiter schärfen.

Meine *Kollegen* hatten in Fachgesprächen stets geschätzte Hinweise, wie und an welchen Stellschrauben ich die von mir entwickelte Methodik weiter verbessern kann. Für den aufgebrauchten Einsatz möchte ich mich bei allen Kollegen herzlich bedanken. Hervorheben möchte ich an dieser Stelle *Dr. Dominik Schneider*, welcher sich in vielen Belangen gesondert Zeit genommen hat. Das gilt für projektbezogenen Treffen mitsamt seinen äußerst hilfreichen Vorschlägen und insbesondere für die große Unterstützung in programmier-technischen Belangen seitens der Graphen- und Heuristikbasierten Topologieoptimierung.

Ganz besonderer Dank gebührt meinem Doktorvater *Prof. Dr. Axel Schumacher*, welcher mir die Dissertation ermöglicht hat und sie mit seinen inhaltlichen Anregungen aus zahlreichen Fachgesprächen aufgewertet hat.

Der größte Dank geht an meine Partnerin *Maria Huber*, die sich auf lange und inhaltlich intensive Gespräche eingelassen hat und meiner Forschung und Dissertation trotz Fachfremdheit unschätzbar wertvollen Mehrwert geben konnte.

Wuppertal im Juni 2024

Jens Trilling

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungs- und Symbolverzeichnis	V
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung und Motivation	1
1.2 Zielsetzung und Eingrenzung	2
1.3 Aufbau der Dissertation	3
2 Grundlagen der Graphen- und Heuristikbasierten Topologieoptimierung	5
2.1 Anforderungen an Crashstrukturen	5
2.2 Finite-Elemente-Methode im Kontext von Crashesimulationen	7
2.3 Grundlagen der automatisierten Strukturoptimierung	9
2.4 Methoden zur Topologieoptimierung crashbelasteter Strukturen	13
2.5 Graphen- und Heuristikbasierte Topologieoptimierung	16
2.5.1 Geometriebeschreibung durch Graphen	16
2.5.2 Aufbau des Simulationsmodells	18
2.5.3 Fertigungsrestriktionen	19
2.5.4 Vorstellung der Heuristiken	20
2.5.5 Optimierungsablauf	23
3 Grundlagen des Machine Learnings mit Fokus auf Reinforcement Learning	27
3.1 Einführung und Einordnung Künstlicher Intelligenz	27
3.2 Grundlagen des Machine Learnings	29
3.2.1 Strukturierte und unstrukturierte Daten	29
3.2.2 Lernparadigmen des Machine Learnings	30
3.2.3 Feature-Engineering	34
3.2.4 Modellauswahl	35
3.3 Neuronale Netze	38
3.3.1 Multilayer Perceptron	38
3.3.2 Convolutional Neural Network	42
3.4 Reinforcement Learning	44
3.4.1 Konzeptionelle Einführung in das Reinforcement Learning	45
3.4.2 Theoretische Grundlagen	46
3.4.3 Grundlegende Lernverfahren	49
3.4.4 Approximationsverfahren	52

4	Stand der Technik zur Entwicklung von Crashstrukturen gestützt durch Machine Learning	57
4.1	Aufbereitung von Simulationsdaten	57
4.2	Ingenieurtechnische Problemstellungen	59
4.2.1	Vorhersage von Strukturantworten	59
4.2.2	Identifikation von Deformationsmodi	60
4.2.3	Strukturoptimierung	62
4.2.4	Streuanalyse	64
5	Heuristikentwicklung mit Reinforcement Learning zur Strukturversteifung	65
5.1	Möglichkeiten des Machine Learnings zur Unterstützung der Graphen- und Heuristikbasierten Topologieoptimierung	65
5.2	Anforderungen an die Heuristik	69
5.3	Funktionsprinzip der Heuristik	69
5.4	Wahl des Simulationsmodells	72
5.5	Implementierung der Trainingsumgebung	73
5.5.1	Aufbau der Umgebung	73
5.5.2	Graphbasierte Datenstrukturen	77
5.5.3	Generierung von Zufallsgraphen	81
5.5.4	Generierung von Zufallslastfällen	83
5.5.5	Identifikation valider Zellen	86
5.5.6	Aufbau und Simulation des Modells	88
5.5.7	Evaluationsmaß für Strukturperformance	89
5.5.8	Reward-Funktion	91
5.5.9	Aktionsraum	92
5.5.10	Durchführung der Topologieänderungen	93
5.5.11	Observationsraum	94
5.6	Aufbau und Funktionsweise der Agenten	109
5.6.1	Auswahl und Beschreibung des Trainingsalgorithmus	109
5.6.2	Trainingsschleife	111
5.6.3	Standardisieren der Observationsen	114
5.6.4	Konzeptionelle Architektur der Agenten	115
5.7	Training der Agenten	118
5.7.1	Vorgehen	118
5.7.2	Datensatzgenerierung	119
5.7.3	Datensatzanalyse	121
5.7.4	Aufbau der datensatzbasierten Umgebung	122
5.7.5	Wahl relevanter Observationsfeatures	123
5.7.6	Hyperparameterstudie	132
5.7.7	Transferlernen und Modellauswahl	135
5.7.8	Anschauliche Bewertung der trainierten Agenten	138

5.8	Fortführende Diskussion des Trainingsverhaltens	141
5.9	Integration der Heuristik in den Optimierungsprozess	143
6	Adaption der entwickelten Heuristik zur Generierung weicher Strukturen	145
6.1	Modifikation des Optimierungsziels des Agenten	145
6.2	Entfernen von Wänden aus Zellen	149
6.3	Einsatz von etablierten Dimensionierungsstrategien	151
7	Einsatz der entwickelten Heuristik in praktischen Optimierungen	153
7.1	Rahmenmodell	154
7.1.1	Modellvorstellung	154
7.1.2	Minimierung der maximalen Impaktorverschiebung	155
7.1.3	Minimierung der maximalen Impaktorbeschleunigung	168
7.2	Biegeträger	172
7.2.1	Modellvorstellung	172
7.2.2	Minimierung der maximalen Impaktorverschiebung	173
7.3	Schwellerausschnitt	178
7.3.1	Modellvorstellung	178
7.3.2	Minimierung der Pfahlintrusion	179
7.4	Diskussion der Heuristikperformance	184
8	Zusammenfassung	187
9	Ausblick	191
	Vorveröffentlichungen zu dieser Dissertation	193
	Literaturverzeichnis	194

Anhang

A Trainingshistorien der Hyperparameteruntersuchung	205
B Tabellarische Zusammenfassungen der praktischen Optimierungen	207
B.1 Rahmenmodell	207
B.1.1 Minimierung der Impaktorverschiebung	207
B.1.2 Minimierung der maximalen Impaktorbeschleunigung	211
B.2 Biegeträger	212
B.3 Schwellerausschnitt	213

Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

Abkürzungen

ABS	Antiblockiersystem
Adam	Adaptive Moment Estimation
ASCII	American Standard Code for Information Interchange
BED	Balance Energy Density
CAE	Computer Aided Engineering
CFC	Channel Frequency Class
CNN	Convolutional Neural Network
DiESL	Difference-based Equivalent Static Loads
DNW	Delete Needless Walls
DoE	Design of Experiments
DoF	Degrees of Freedom
DT	Decision Tree
EA-LSM	Evolutionary Level-Set-Method
EGO	Efficient Global Optimization
ESLM	Equivalent Static Loads Method
ESP	Elektronisches Stabilitätsprogramm
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
GAE	Generalized Advantage Estimate
GCN	Graph Convolutional Network
GHT	Graphen- und Heuristikbasierte Topologieoptimierung
GN	Geometrische Normierung
GNN	Graph Neural Network
GRAMB	Graph and Mechanics Builder
GSA	Ground Structure Approach
HCA	Hybrid Cellular Automaton
HCA-TWS	Hybrid Cellular Automaton for Thin-Walled Structures

HIC	Head Injury Criterion
HPC	High-Performance Computing
ID	Identifikationsnummer
KI	Künstliche Intelligenz
kNN	k-Nearest Neighbors
LFR	Lockere Fertigungsrestriktionen
LHS	Latin Hypercube Sampling
LSTM	Long Short-Term Memory
MEP	Markow-Entscheidungsproblem
ML	Machine Learning
MLP	Multilayer Perceptron
MNIST	Modified National Institute of Standards and Technology
MSE	Mean Squared Error
NEAT	NeuroEvolution of Augmented Topologies
NN	Neuronales Netz
OBB	Oriented Bounding Box
PCA	Principal Component Analysis
PFI	Permutation Feature Importance
PFR	Praxisnahe Fertigungsrestriktionen
PPO	Proximal Policy Optimization
ReLU	Rectified Linear Unit
RF	Random Forest
RL	Reinforcement Learning
RLS	Reinforcement Learning: Stiffness
SBW	Support Buckling Walls
SL	Supervised Learning
SLE	Split Long Edges
SRSM	Successive Response-Surface-Model
SSO	Size and Shape Optimization
SVM	Support Vector Machine
Tanh	Tangens Hyperbolicus
TD	Temporal Difference
t-SNE	t-distributed Stochastic Neighbor Embedding
UDSC	Use Deformation Space Compression
UDST	Use Deformation Space Tension
UL	Unsupervised Learning

Mathematische Notationen und Operatoren

Allgemein

Symbol	Bedeutung
x	Skalar
\mathbf{x}	Spaltenvektor
\mathbf{x}^\top	Zeilenvektor
x_i	i -te Komponente des Vektors \mathbf{x}
$\ \mathbf{x}\ _p$	p -Norm des Vektors \mathbf{x} , $\ \mathbf{x}\ _p = (\sum_{i=1}^n x_i ^p)^{1/p}$
\mathbf{X}	Matrix
\mathbf{X}^{-1}	Inverse einer Matrix
$x \times y \times z$	Dimension eines n -dimensionalen Arrays, hier mit $n = 3$
\tilde{x}	Normierter Wert <i>oder</i> modellbasierte Vorhersage
\bar{x}	Mittelwert
\hat{x}	Schätzwert <i>oder</i> Achse in lokalem Koordinatensystem
x_*	Wert im Optimum
Δx	Differenz
$x \leftarrow y$	Zuweisung
$x \lesssim y$	x ist in etwa kleiner als y
$f(x)$	Funktion f in Abhängigkeit von x
$f'(x)$	Erste Ableitung einer Funktion f nach x
\dot{x}, \ddot{x}	Erste und zweite Ableitung von x nach der Zeit
$\frac{\partial x}{\partial y}$	Partielle Ableitung von x nach y
$\nabla f(\mathbf{x})$	Gradient von Funktion f im Punkt \mathbf{x}
$f * g$	Faltung der Funktionen f und g
$f(x) _y$	Evaluation von $f(x)$ an der Stelle y
n_x	Anzahl einer Größe x
$\text{clip}(x; a; b)$	Limitieren von x außerhalb von $[a; b]$ ($= \min(\max(x, a), b)$)
# Größe	Anzahl einer Größe

Mengenlehre und Aussagenlogik

Symbol	Bedeutung
\mathcal{X}	Menge
$\{x; y; z\}$	Menge der Elemente x , y und z
\emptyset	Leere Menge
\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen
\mathbb{N}_0	Menge der natürlichen Zahlen inklusive der Null
$x \in \mathcal{X}$	Element x aus der Menge \mathcal{X}
$\forall x \in \mathcal{X}$	Für alle Elemente x in der Menge \mathcal{X}
$\partial\mathcal{X}$	Rand der Menge \mathcal{X}
$ \mathcal{X} $	Mächtigkeit der Menge \mathcal{X} (Elementanzahl)
$\mathcal{X} \setminus \mathcal{Y}$	Differenzmenge von \mathcal{X} und \mathcal{Y} (\mathcal{X} ohne \mathcal{Y})
$\mathcal{X} \cap \mathcal{Y}$	Konjunktion der Mengen \mathcal{X} und \mathcal{Y} (Schnittmenge)
$x \wedge y$	Konjunktion der logischen Ausdrücke x und y (Und-Verknüpfung)
$[x; y]$	Geschlossenes Intervall von x nach y

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kombinatorik

Symbol	Bedeutung
$\Pr(X = x)$	Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable X den Wert x annimmt
$\Pr(X = x y)$	Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable X den Wert x bei gegebenem Wert y annimmt
$x \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	Sample x aus einer Normalverteilung mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ
$\mathbb{E}[X]$	Erwartungswert der Zufallsvariable X
$\binom{n}{k}$	Binomialkoeffizient

Mathematische Graphen im Kontext der Graphen- und Heuristikbasierten Topologieoptimierung

Symbol	Bedeutung
$x_{e_i}^{\{G\}}$	Kantenspezifischer Wert x von Kante e_i eines Graphen G
$x_{e_i, e_j}^{\{G\}}$	Wert x zwischen Kanten e_i und e_j eines Graphen G
$\langle x \rangle$	Zum Index x im Adjazenzvektor des modifizierten Zellengraphen G_{Zm} zugehörige Kante

Zeichen

Allgemein

Zeichen	Bedeutung
i, j, k, l, m	Zählvariablen
t	Zeit bzw. Zeitpunkt
t_0	Ausgangszeit bzw. -zeitpunkt
x, y, z	Raumrichtungen im globalen Koordinatensystem
$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$	Raumrichtungen in lokalem Profilkordinatensystem

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Zeichen	Bedeutung
p	Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis, wie z. B. $p = \Pr(X = x)$
\bar{x}	Empirischer Mittelwert (Mittel einer Stichprobe)
s_{emp}	Empirische Standardabweichung
μ	Erwartungswert
σ	Standardabweichung
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	Normalverteilung

Mechanik

Zeichen	Bedeutung
$a(t)$	Beschleunigungsverlauf über die Zeit t
$E_{i,k}$	Innere Energie einer Strukturkomponente k
m_{init}	Initiale Masse
D	Geschwindigkeitsproportionale Dämpfungsmatrix
f	Aufgeprägter Lastvektor
K	Steifigkeitsmatrix
M	Massenmatrix
u	Verschiebungsvektor
\dot{u}	Geschwindigkeitsvektor
\ddot{u}	Beschleunigungsvektor

Optimierung

Zeichen	Bedeutung
$f(\boldsymbol{x})$	Zielfunktion
$g_j(\boldsymbol{x})$	Ungleichheitsrestriktionen
$h_k(\boldsymbol{x})$	Gleichheitsrestriktionen
n_g	Anzahl Ungleichheitsrestriktionen
n_h	Anzahl Gleichheitsrestriktionen
\boldsymbol{x}	Entwurfsvariablen
$x_i^{(l)}, x_i^{(u)}$	Untere und obere Entwurfsvariablen­grenzen
$\Phi(\boldsymbol{x})$	Level-Set-Funktion
$u_{y,\text{max}}$	Maximale Verschiebung in y -Richtung ($u_{y,\text{max}} := \max u_y(t)$)
$u_{-y,\text{max}}$	Maximale Verschiebung in negative y -Richtung ($u_{-y,\text{max}} := \max -u_y(t)$)

Zeichen	Bedeutung
$\ddot{u}_{-y,\max}$	Maximale Beschleunigung in negative y -Richtung ($\ddot{u}_{-y,\max} := \max -\ddot{u}_y(t)$)
$u_{-z,\max}$	Maximale Verschiebung in negative z -Richtung ($u_{-z,\max} := \max -u_z(t)$)

Mathematische Graphen im Kontext der Graphen- und Heuristikbasierten Topologieoptimierung

Zeichen	Bedeutung
G_S	Strukturgraph
G_E	Evaluationsgraph
G_Z	Zellengraph
G_{Zm}	Modifizierter Zellengraph
e_i	Kante e_i eines Graphen
$A_{e_i}^{\{G\}}$	Querschnittsfläche der zu Kante e_i zugehörigen Wand eines Graphen G
$l_{e_i}^{\{G\}}$	Länge der Kante e_i in einem Graphen G
$d_{e_i,e_j}^{\{G\}}$	Abstand der Kanten e_i und e_j in einem Graphen G
$\alpha_{e_i,e_j}^{\{G\}}$	Winkel zwischen zwei Kanten e_i und e_j in einem Strukturgraphen
l_{\min}	Mindestkantenlänge zum Erfüllen der Herstellrestriktionen
d_{\min}	Mindestkantenabstand zum Erfüllen der Herstellrestriktionen
α_{\min}	Mindestwinkel zwischen zwei Kanten zum Erfüllen der Herstellrestriktionen
t_{\min}	Minimale Wandstärke zum Erfüllen der Herstellrestriktionen
t_{\max}	Maximale Wandstärke zum Erfüllen der Herstellrestriktionen
t_{eval}	Auswertzeitpunkt für die Heuristiken
$\mathcal{V}^{\{G\}}$	Menge aller Vertices $\{v_i; v_j; \dots\}$ eines Graphen G
$\partial\mathcal{V}^{\{G\}}$	Menge aller Vertices, die auf dem Rand der konvexen Hülle der Vertex-Koordinaten eines Graphen G liegen
$\mathcal{V}^{\{e_i\}}$	Menge aller Vertices $\{v_j; v_k\}$, die die Kante e_i aufspannen

Zeichen	Bedeutung
v_i	Vertex v_i eines Graphen
$\mathcal{E}^{(G)}$	Menge aller Kanten $\{e_i; e_j; \dots\}$ eines Graphen G
$\partial\mathcal{E}^{(G)}$	Menge aller im Graphen G vorhandenen Kanten, die durch $\partial\mathcal{V}^{(G)}$ aufgespannt werden

Machine Learning und Neuronale Netze

Zeichen	Bedeutung
b_j	Bias eines j -ten Neurons
D	Datensatz $D = \{X, Y\}$
f_i	Feature i
L	Fehlerfunktion
n_p	Anzahl Datenpunkte
o_j	Output bzw. Aktivierung des j -ten Neurons
R^2	Bestimmtheitsmaß
w_{ij}	Gewicht von Input x_i zum j -ten Neuron
x	Feature bzw. Input eines Neurons
X	Features des Datensatzes D
y	Funktionswert
y_d	Wahrer Wert aus Datensatz bzw. Label
y_p	Vorhergesagter Wert durch Modell
Y	Labels des Datensatzes D
z_j	Ergebnis der Propagierungsfunktion eines j -ten Neurons
I	Input-Array
K	Kernel bzw. Filter
S	Feature-Map
z	Logits (Ergebnis der Propagierungsfunktion für den Output-Layer)
η	Lernrate

Zeichen	Bedeutung
Σ	Propagierungsfunktion
φ	Aktivierungsfunktion

Reinforcement Learning

Zeichen	Bedeutung
a	Konkrete Aktion $a \in \mathcal{A}$
A_t	Zufallsvariable zur Beschreibung der Aktion zum Zeitpunkt $t \in \mathbb{N}_0$
$A(s, a)$	Advantage-Funktion $A(s, a) = Q(s, a) - V(s)$
c_1	Zustandswertkoeffizient für $L_t^{\text{VF}}(\boldsymbol{\theta})$
c_2	Entropiekoeffizient für $S[\pi_{\boldsymbol{\theta}}](s_t)$
G_t	Zufallsvariable des (un-)diskontierten Gewinns bzw. Returns
$J(\boldsymbol{\theta})$	Metrik zur Optimierung der Strategie
$\overline{L_{\text{Ep}}}$	Mittlere Episodenlänge
$L_t^{\text{CLIP}}(\boldsymbol{\theta})$	Clip-Term in Ersatzzielfunktion $L_t^{\text{CLIP+VF+S}}(\boldsymbol{\theta})$
$L_t^{\text{CLIP+VF+S}}(\boldsymbol{\theta})$	Ersatzzielfunktion zur Optimierung der Strategie in Abhängigkeit der Strategieparameter $\boldsymbol{\theta}$
$L_t^{\text{VF}}(\boldsymbol{\theta})$	Zustandswertterm in Ersatzzielfunktion $L_t^{\text{CLIP+VF+S}}(\boldsymbol{\theta})$
n_{batches}	Batchgröße für das Strategieupdate
n_{epochs}	Anzahl Epochen für das Strategieupdate
n_{steps}	Größe des Rollout-Buffers für das Strategieupdate
$S[\pi_{\boldsymbol{\theta}}](s_t)$	Entropieterm in Ersatzzielfunktion $L_t^{\text{CLIP+VF+S}}(\boldsymbol{\theta})$
Q	Approximation von $q_{\pi}(s, a)$
$q_{\pi}(s, a)$	Aktionswertfunktion
$q_*(s, a)$	Maximierte Aktionswertfunktion $\forall s \in \mathcal{S}$ und $\forall a \in \mathcal{A}$
r	Konkrete Belohnung bzw. Reward $r \in \mathcal{R}$
R_t	Zufallsvariable zur Beschreibung des Rewards zum Zeitpunkt $t \in \mathbb{N}_0$
s	Konkreter Zustand $s \in \mathcal{S}$

Zeichen	Bedeutung
S_t	Zufallsvariable zur Beschreibung des Zustands zum Zeitpunkt $t \in \mathbb{N}_0$
s'	Folgezustand $s' \in \mathcal{S}$ aus Zustand s mit Aktion a
T	Terminaler Zeitpunkt $T \in \mathbb{N}$
V	Approximation von $v_\pi(s)$
V_t^{targ}	Wahre Zustandswerte
$v_\pi(s)$	Zustandswertfunktion
$v_*(s)$	Maximierte Zustandswertfunktion $\forall s \in \mathcal{S}$
$\hat{v}(s, \mathbf{w})$	Parametrisierte Zustandswertfunktion
\mathbf{w}	Parametervektor
α	Schrittweite
δ_t	Temporal-Difference-Error
ϵ	Clipping der Strategieänderung
γ	Diskontierungsfaktor
λ	Varianz-Bias-Trade-Off
$\pi(s)$	Deterministische Strategie
$\pi(a s)$	Probabilistische Strategie
π_*	Optimale Strategie
π'	Neue Strategie
θ	Strategieparameter
$\xi_t(\theta)$	Verhältnis aus Wahrscheinlichkeitsverteilungen probabilistischer Strategien
\mathcal{A}	Menge an Aktionen
\mathcal{P}	Menge an Übergangswahrscheinlichkeiten
\mathcal{R}	Menge an reellwertigen Rewards für Zustandswechsel
\mathcal{S}	Menge an Zuständen

Umgebungsimplementierung

Zeichen	Bedeutung
$A _t$	Aufgespannte Fläche einer Zelle ausgewertet zum Zeitpunkt t
\tilde{A}_Δ	Formabweichungsmaß
$A_{\Delta,j} _t$	Differenzfläche ausgewertet zum Zeitpunkt t
n_{Zs}	Anzahl an Seiten der Zelle G_{Zm} ($n_{Zs} = \mathcal{S}^{\{G_{Zm}\}} $)
p_{ins}	Bestrafung zum Einbringen von Kanten in Zelle
$r_{t+1}^{(*)}$	Reward ohne Bestrafungsterm p_{ins}
$g_t^{(*)}$	Return ohne Bestrafungsterm p_{ins}
$\bar{g}_{0\gamma=1}$	Undiskontierter mittlerer Return ausgehend vom initialen Zustand
$\bar{g}_{0\gamma=1,\text{max}}$	Theoretisch maximal erreichbarer Wert für $\bar{g}_{0\gamma=1}$
$\bar{g}_{0\gamma=1,\text{max}}^{(*)}$	Variante von $\bar{g}_{0\gamma=1,\text{max}}$ ohne Bestrafungsterm p_{ins}
$t_{\text{max}}^{F,i}$	Zeitpunkt, an dem die gefilterte Schnittkraft einer Wand i maximal ist
$t_{\text{max}}^{\text{IE}}$	Zeitpunkt, an dem die innere Energie der Zelle maximal ist
v_0	Initiale Geschwindigkeit
v_0'	Gesampelte, initiale Geschwindigkeit
v_{min}	Minimale Geschwindigkeit des Impaktors
v_{max}	Maximale Geschwindigkeit des Impaktors
V_k	Volumen einer Strukturkomponente k
$\mathbf{R}_z(\beta_t)$	Rotationsmatrix um die Extrusionsachse \hat{z} des Profils zur Eliminierung von Starrkörperrotation
\hat{x}	Koordinaten der Vertices in lokalem Profilkordinatensystem
\hat{x}_{norm}	Normierte Profilkordinate in \hat{x} -Richtung
\hat{y}_{norm}	Normierte Profilkordinate in \hat{y} -Richtung
β_t	Winkel zwischen der initialen Zellkonfiguration und der Zellkonfiguration zu Zeitpunkt t
$\delta_{t,\text{rel}}$	Relative Verbesserung der Formabweichung zur Bemessung der Steifigkeitserhöhung einer Zelle
κ	Geschätzter Einfluss einer Zelle auf das Strukturverhalten

Zeichen	Bedeutung
μ_{v_0}	Erwartungswert der initialen Geschwindigkeit
σ_{v_0}	Standardabweichung der initialen Geschwindigkeit
$\mathcal{V}^{G_{Z_m}}$	Menge an Vertices entlang des Zellrahmens nach dem Kantenteilungsprozess einer Zelle G_{Z_m}
$\mathcal{I}^{G_{Z_m}}$	Menge an einziehbaren Kanten in eine leere Zelle G_{Z_m}
$\mathcal{I}_{\text{init}}^{G_{Z_m}}$	Menge an initialen Kanten innerhalb einer Zelle G_{Z_m}
$\mathcal{I}_{\text{max}}^{G_{Z_m}}$	Menge an vom Agenten maximal einziehbaren Kanten in eine Zelle G_{Z_m}
$\mathcal{I}_{\text{komb}}^{G_{Z_m}}$	Menge möglicher Kombinationen einziehbarer Kanten einer Zelle G_{Z_m} für ein festgelegtes $ \mathcal{I}_{\text{max}}^{G_{Z_m}} $
$\mathcal{E}_{\text{ges}}^{G_{Z_m}}$	Menge aller Kanten der Zelle G_{Z_m}
$\partial\mathcal{E}^{G_{Z_m}}$	Menge der Kanten auf dem Rahmen einer Zelle G_{Z_m}
$\mathcal{S}^{G_{Z_m}}$	Menge der Seiten der Zelle G_{Z_m}