

PETER WILDE und SIGRUN HEIN

AUFGABEN UND LÖSUNGEN

MATHEMATIK FÜR STUDIERENDE

TECHNISCHER FACHBEREICHE

2. Auflage | SHAKER VERLAG AACHEN 2013

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Copyright Shaker Verlag 2013

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-2190-5

ISSN 0945-0882

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

0 Einleitung

Dieses Buch mit Aufgaben und Lösungen wendet sich an Studierende technischer Fachbereiche, für die Mathematik, neben den Vorlesungen in Physik und Informatik, als Grundlage für ihr weiteres Studium fundamental ist. Das Konzept hierzu ist entstanden aus Erfahrungen beim Unterricht (Vorlesungen und Übungen), die wir in den vergangenen Jahren an verschiedenen Hochschulen gegeben bzw an denen wir teilgenommen haben.

Mathematik hat, wie andere Wissenschaften auch, ihre eigene Sprache. Da diese nicht nur aus Fakten besteht, sind die hier behandelten Aufgaben zum Teil und in Verbindung mit einer Vorlesung in größere Gedankenzusammenhänge einzubetten. Dies schafft Motivation für das Lernen und hilft Gedächtnisbrücken zu bauen, um somit die Fakten besser zu bewältigen. Für die Bachelor-Studierenden der ingenieur- und naturwissenschaftlichen Studiengänge, auch an Fachhochschulen, wird mathematisches Verständnis zunehmend wichtiger als das Beherrschen reiner "Rechentechnik".

Bei der Einführung von Bachelor- und Masterstudiengängen in technisch orientierten Studiengängen wurde in den Grundlagenfächern (Mathematik, Physik und Informatik) der zeitliche Umfang der zur Vorlesung gehörenden Übungen wesentlich gekürzt. Die Erfahrungen als Dozent zeigen deutlich, daß Studierende technischer Studiengänge sich aber auch und gerade in den Übungen die Mathematik als Werkzeug aneignen. Kommen die Mathematik-Übungen zu kurz, so mangelt es anschließend oft nicht nur an den mathematischen Fertigkeiten, sondern auch an dem notwendigen Vermögen, diese in anderen Fächern sicher anwenden zu können. Deutlich wird dies zuerst bei den Klausuren am Ende des Semesters. Um Studierenden eine weitere Möglichkeit zum Üben zu geben, ist dieses Buch geschrieben worden. Es soll neben dem geführten Lernen in den Vorlesungen und Übungen an

der Hochschule ein Vertiefen und Festigen des gelehrten Stoffes sowie ein weiteres Selbststudium, gern auch in kleinen Arbeitsgruppen, ermöglichen. Nach unserer Überzeugung werden Studierende hierdurch befähigt, Gelerntes kreativ anzuwenden, Problemstellungen zu analysieren und eigene Lösungswege zu beschreiten.

Dieses Buch ist unterteilt in einen Aufgaben-, einen Lösungsteil sowie in einen Anhang. Aufgaben- und Lösungsteil bestehen jeweils aus 29 Kapiteln. Die hier dargestellte Stoffauswahl übersteigt den Umfang einer Vorlesung/Übung in Mathematik für ein Bachelor-Studium, wie er in technischen Studiengängen an Fachhochschulen durch die Modulbeschreibungen kanonisch vorgeschrieben ist. Dies zum einen, weil der laut Studien- und Prüfungsordnung geforderte Stundenumfang in den verschiedenen Fachbereichen variiert, zum anderen, weil eine zu knappe Darstellung von Fakten zum Auswendiglernen zwingt und eher einengend als anregend wirkt. Erfahrungen zeigen, daß reine Fakten nur kurze Zeit behalten werden, während durch Verständnis verbrückte Fakten längere Zeit erinnert werden. Alle Aufgaben werden ausführlich vorgerechnet. Im Anhang sind wichtige Formeln und Zusammenhänge sowie grundlegende Lösungsmethoden nebst Tabellen zusammengestellt. Dort, wo es uns sinnvoll erschien, wurden Schemata zum Lösen gewisser Aufgabentypen angegeben.

Studierende sollten zunächst das jeweilige Thema in ihrer Vorlesungsmitschrift oder einem geeigneten Lehrbuch nacharbeiten. Empfehlen möchten wir hier die Bücher [2], [11], [12], [13] oder [18]. Dann sollten sie versuchen, die einzelnen Aufgaben selbständig zu lösen und diese dann mit der Musterlösung vergleichen. Erst wenn sie Probleme mit einem eigenen Lösungsweg haben, sollten sie versuchen, den angegebenen Lösungsweg zu verstehen und dann (ohne Buch) nachzuvollziehen. Studierende sollten stets versuchen für die Aufgaben eine eigene Lösung zu erarbeiten. Ein reines "abpinseln" von Lösungswegen trägt wenig zum Verständnis bei.

Viele der gestellten Aufgaben können (und sollten) mit einem Computer-Algebra-System gelöst werden (zB mit "Python" oder "MuPAD" oder einem anderen). Python ist OpenSource-Software. Die früher verfügbare kostenlose Light-Version der

MuPAD-Software ist leider nicht mehr zu bekommen :-(www.sciface.com. Inzwischen ist MuPAD Bestandteil von "Matlab®". Als einführende Literatur hierzu sei auf die Bücher von Creutzig et al. [4], Majewski [9], Rapin et al. [16] und Lutz [8] verwiesen.

Seit einigen Jahren nimmt die Anzahl der Studierenden zu, die erhebliche Mängel in den Grundlagen der Mathematik (Schulmathematik) aufweisen. Hier insbesondere bei den Themen Bruch-, Potenz- und Logarithmenrechnen. Interessierte Studierende sollten erkennen, wo es bzgl ihrer mathematischen Fertigkeiten für ihr weiteres Studium noch etwas zu tun gibt. Zum Nacharbeiten sei auf das Übungsbuch [14] verwiesen.

Die ist die 2., überarbeitete Auflage. Anregungen, Kommentare und Kritik zu diesem Buch werden gern entgegengenommen (*Peter.Wilde@TU-Ilmenau.de*).

Im August 2013,

Peter Wilde und Sigrun Hein

Inhaltsverzeichnis

0	Einleitung	i
1	Aufgaben	8
1.1	Wiederholungen zur Schulmathematik	8
1.2	Komplexe Zahlen	10
1.3	Vektorrechnung	12
1.4	Determinanten, Ränge, Matrizen und Lineare Gleichungssysteme . .	14
1.5	Folgen	20
1.6	Differentialrechnung bei Funktionen einer Variablen	24
1.7	Monotonieverhalten, Kurvendiskussion und Taylor-Formel	28
1.8	Partielle Ableitungen und Extremwertaufgaben bei Funktionen von zwei Variablen	31
1.9	Vektorfelder	34
1.10	Trigonometrische und Hyperbolische Funktionen	37
1.11	Integration mittels Substitution	38
1.12	Partielle Integration	39
1.13	Integration mittels Partialbruchzerlegung	40
1.14	Vermischte Aufgaben zur Integration	41
1.15	Aufgaben zu Uneigentlichen Integralen	43
1.16	Numerische Integration	44
1.17	Aufgaben zu 2-D-Integralen	46
1.18	Aufgaben zu 3-D-Integralen	49
1.19	Anwendungen der Integralrechnung	51
1.20	Kurvenintegrale	53
1.21	Oberflächenintegrale	57
1.22	Elementar integrierbare DGLen	59
1.23	Lineare DGLen erster Ordnung	62
1.24	Lineare DGLen zweiter Ordnung	65
1.25	Laplace-Transformation	67

1.26 Konvergenz von Reihen	70
1.27 Potenzreihen	71
1.28 Taylor-Reihen	72
1.29 Fourier-Reihen	74
2 Lösungen	75
2.1 Lösungen zu Kapitel 1.1	75
2.2 Lösungen zu Kapitel 1.2	84
2.3 Lösungen zu Kapitel 1.3	91
2.4 Lösungen zu Kapitel 1.4	96
2.5 Lösungen zu Kapitel 1.5	122
2.6 Lösungen zu Kapitel 1.6	132
2.7 Lösungen zu Kapitel 1.7	144
2.8 Lösungen zu Kapitel 1.8	159
2.9 Lösungen zu Kapitel 1.9	168
2.10 Lösungen zu Kapitel 1.10	178
2.11 Lösungen zu Kapitel 1.11	180
2.12 Lösungen zu Kapitel 1.12	189
2.13 Lösungen zu Kapitel 1.13	193
2.14 Lösungen zu Kapitel 1.14	200
2.15 Lösungen zu Kapitel 1.15	208
2.16 Lösungen zu Kapitel 1.16	210
2.17 Lösungen zu Kapitel 1.17	216
2.18 Lösungen zu Kapitel 1.18	220
2.19 Lösungen zu Kapitel 1.19	229
2.20 Lösungen zu Kapitel 1.20	236
2.21 Lösungen zu Kapitel 1.21	246
2.22 Lösungen zu Kapitel 1.22	253
2.23 Lösungen zu Kapitel 1.23	264
2.24 Lösungen zu Kapitel 1.24	283
2.25 Lösungen zu Kapitel 1.25	296

2.26 Lösungen zu Kapitel 1.26	307
2.27 Lösungen zu Kapitel 1.27	313
2.28 Lösungen zu Kapitel 1.28	318
2.29 Lösungen zu Kapitel 1.29	326
3 Anhang	332
Index	365